

Röntgen-Tomographie

Versuch des „Fortgeschrittenenpraktikum I“

Niklas Jung, Nils König, Jona Müller

Universität des Saarlandes

Wintersemester 2018/2019

ayfy.de/uuWLM

Übersicht

Theoretische Grundlagen

- 1) Allgemeine
Strahleneigenschaften
- 2) Erzeugung
- 3) Duane-Hunt
- 4) Intensitätsverteilung
- 5) Wechselwirkung mit
Materie

Übersicht

Theoretische Grundlagen

- 1) Allgemeine Strahleneigenschaften
- 2) Erzeugung
- 3) Duane-Hunt
- 4) Intensitätsverteilung
- 5) Wechselwirkung mit Materie

Experiment

- 1) Optik
- 2) Abstandsgesetz
- 3) Detektor
- 4) Überprüfung Kramers
- 5) Tomographie

Einführung

Einführung

- ▶ Zerstörungsfreies Prüfverfahren

Einführung

- ▶ Zerstörungsfreies Prüfverfahren
- ▶ Nichtinvasive Untersuchung innerer Struktur

Einführung

- ▶ Zerstörungsfreies Prüfverfahren
- ▶ Nichtinvasive Untersuchung innerer Struktur
- ▶ Anwendungen

Einführung

- ▶ Zerstörungsfreies Prüfverfahren
- ▶ Nichtinvasive Untersuchung innerer Struktur
- ▶ Anwendungen
 - ▶ Archäologie,

Einführung

- ▶ Zerstörungsfreies Prüfverfahren
- ▶ Nichtinvasive Untersuchung innerer Struktur
- ▶ Anwendungen
 - ▶ Archäologie,
 - ▶ Medizin,

Einführung

- ▶ Zerstörungsfreies Prüfverfahren
- ▶ Nichtinvasive Untersuchung innerer Struktur
- ▶ Anwendungen
 - ▶ Archäologie,
 - ▶ Medizin,
 - ▶ Materialprüfung

Röntgenstrahlung

¹Röntgen folgerte fälschlicherweise Nichttablenkbarkeit, aus Beobachtungen am Prisma

Röntgenstrahlung

- ▶ Elektromagnetische Strahlung von ca. 1 keV bis 250 keV

¹Röntgen folgerte fälschlicherweise Nichttablenbarkeit, aus Beobachtungen am Prisma

Röntgenstrahlung

- ▶ Elektromagnetische Strahlung von ca. 1 keV bis 250 keV
- ▶ Erstbeschreibung 1895 durch Wilhelm C. Röntgen

¹Röntgen folgerte fälschlicherweise Nichttablenkbarkeit, aus Beobachtungen am Prisma

Röntgenstrahlung

- ▶ Elektromagnetische Strahlung von ca. 1 keV bis 250 keV
- ▶ Erstbeschreibung 1895 durch Wilhelm C. Röntgen
 - ▶ Fluoreszenz
- ▶ Sehr schwache Beugung

¹Röntgen folgerte fälschlicherweise Nichttablenkbarkeit, aus Beobachtungen am Prisma

Röntgenstrahlung

- ▶ Elektromagnetische Strahlung von ca. 1 keV bis 250 keV
- ▶ Erstbeschreibung 1895 durch Wilhelm C. Röntgen
 - ▶ Fluoreszenz
- ▶ Sehr schwache Beugung
 - ▶ Schwer mit üblichen Linsen fokussierbar¹

¹Röntgen folgerte fälschlicherweise Nichttablenkbarkeit, aus Beobachtungen am Prisma

Röntgenstrahlung

- ▶ Elektromagnetische Strahlung von ca. 1 keV bis 250 keV
- ▶ Erstbeschreibung 1895 durch Wilhelm C. Röntgen
 - ▶ Fluoreszenz
- ▶ Sehr schwache Beugung
 - ▶ Schwer mit üblichen Linsen fokussierbar¹
 - ▶ Bspw mit Bragg-Fresnel-Linsen möglich

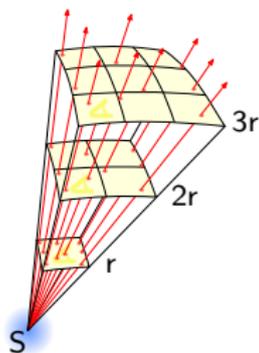
¹Röntgen folgerte fälschlicherweise Nichttablenbarkeit, aus Beobachtungen am Prisma

Röntgenstrahlung

- ▶ Elektromagnetische Strahlung von ca. 1 keV bis 250 keV
- ▶ Erstbeschreibung 1895 durch Wilhelm C. Röntgen
 - ▶ Fluoreszenz
- ▶ Sehr schwache Beugung
 - ▶ Schwer mit üblichen Linsen fokussierbar¹
 - ▶ Bspw mit Bragg-Fresnel-Linsen möglich
- ▶ Generelle Anwendungen: Human- und Veterinärmedizin, Flugsicherheit et cetera

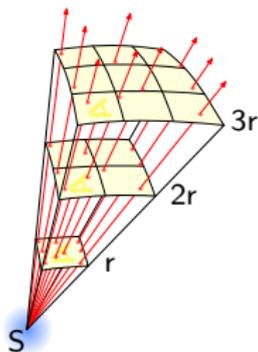
¹Röntgen folgerte fälschlicherweise Nichttablenkbarkeit, aus Beobachtungen am Prisma

Strahlenoptik



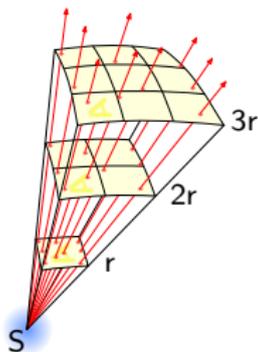
Strahlenoptik

- Für praktische Anwendungen:
Punktquelle



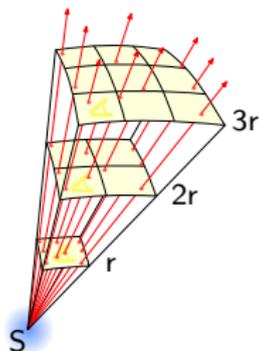
Strahlenoptik

- ▶ Für praktische Anwendungen:
Punktquelle
- ▶ Strahlensatz^a:



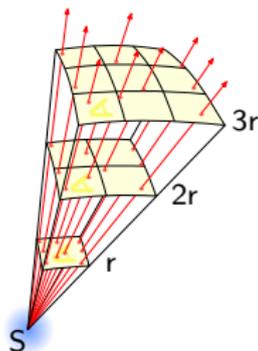
Strahlenoptik

- ▶ Für praktische Anwendungen:
Punktquelle
- ▶ Strahlensatz^a:



$$\frac{b}{B} = \frac{g}{G} \quad (1)$$

Strahlenoptik

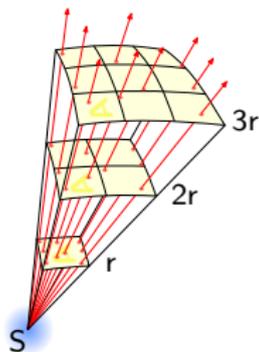


- ▶ Für praktische Anwendungen:
Punktquelle
- ▶ Strahlensatz^a:

$$\frac{b}{B} = \frac{g}{G} \quad (1)$$

mit b Bildweite, g Gegenstandsweite,
 B Bildbreite und G Gegenstandsbreite

Strahlenoptik



- ▶ Für praktische Anwendungen:
Punktquelle
- ▶ Strahlensatz^a:

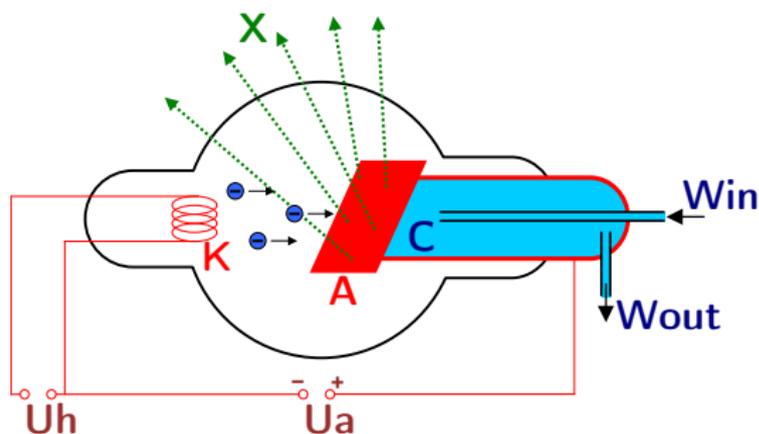
$$\frac{b}{B} = \frac{g}{G} \quad (1)$$

mit b Bildweite, g Gegenstandsweite,
 B Bildbreite und G Gegenstandsbreite

- ▶ Berechnung des Abstands oder
Vergrößerungsfaktors

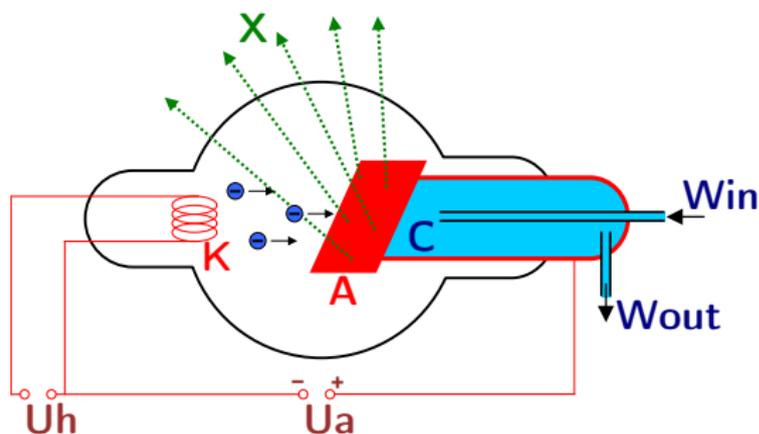
^a[Dem13]

Erzeugung von Röntgenstrahlen



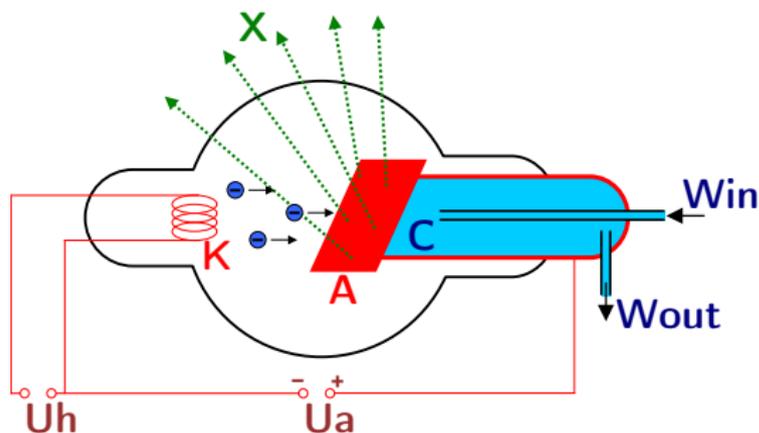
Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Glühkathode emittiert Elektronen



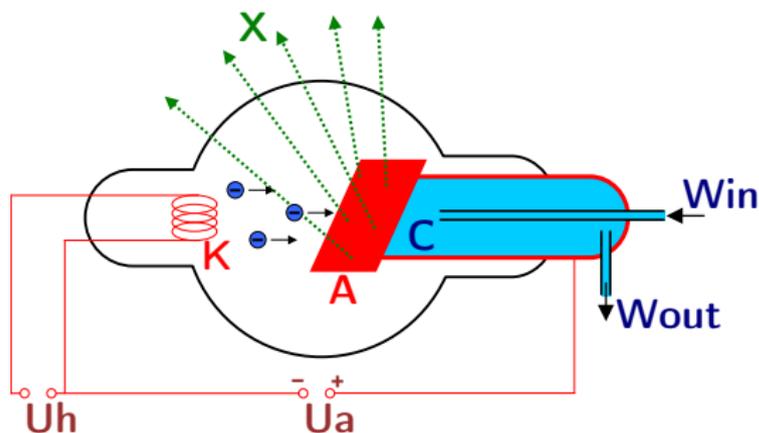
Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Glühkathode emittiert Elektronen
- ▶ Beschleunigung durch Feld zwischen Anode und Kathode



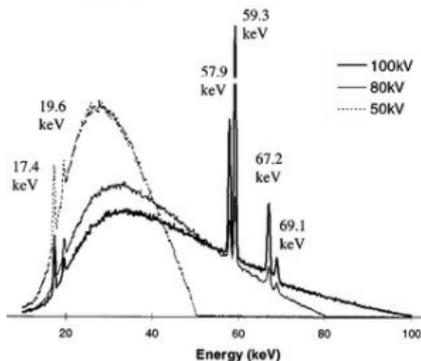
Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Glühkathode emittiert Elektronen
- ▶ Beschleunigung durch Feld zwischen Anode und Kathode
- ▶ Inverser Photoeffekt dominierend bis ca. 500 keV
 - ▶ >500 keV: Compton-Effekt
 - ▶ >5 MeV: Paarerzeugung



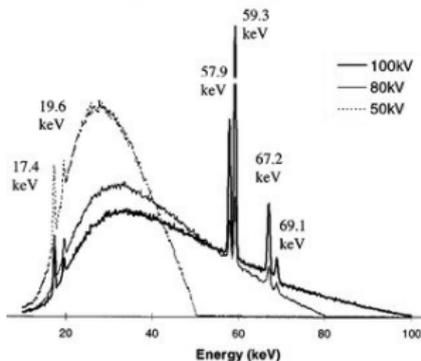
Erzeugung von Röntgenstrahlen

► Stoß mit Materie



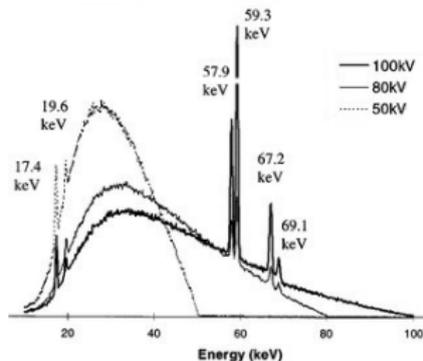
Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Stoß mit Materie
 - ▶ Bremsstrahlung (kontinuierlich)



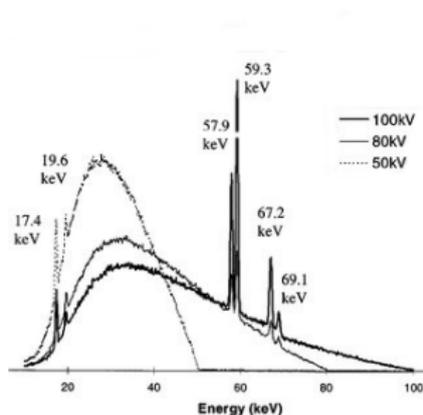
Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Stoß mit Materie
 - ▶ Bremsstrahlung (kontinuierlich)
 - ▶ Charakteristische Strahlung (Linienspektrum)



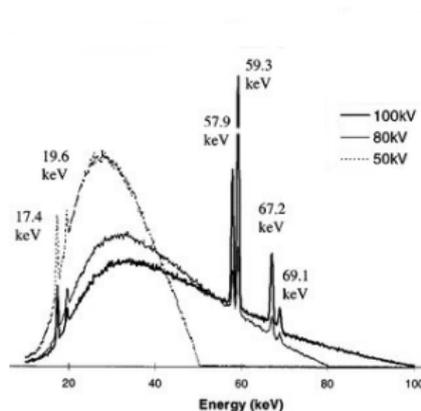
Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Stoß mit Materie
 - ▶ Bremsstrahlung (kontinuierlich)
 - ▶ Charakteristische Strahlung (Linienspektrum)
- ▶ Abbremsung von Elektronen
→ Bremsstrahlung



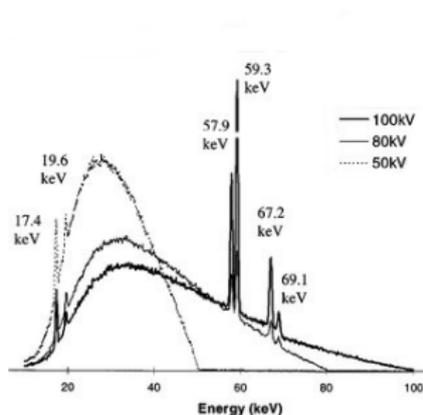
Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Stoß mit Materie
 - ▶ Bremsstrahlung (kontinuierlich)
 - ▶ Charakteristische Strahlung (Linienspektrum)
- ▶ Abbremsung von Elektronen
→ Bremsstrahlung
- ▶ Anregung von Anodenatomen in höhere Niveaus



Erzeugung von Röntgenstrahlen

- ▶ Stoß mit Materie
 - ▶ Bremsstrahlung (kontinuierlich)
 - ▶ Charakteristische Strahlung (Linienspektrum)
- ▶ Abbremsung von Elektronen
→ Bremsstrahlung
- ▶ Anregung von Anodenatomen in höhere Niveaus
- ▶ Rücksprung auf niedrigeres Energieniveau
→ Char. Strahlung



Duane-Hunt

Bremsstrahlung der Röntgenröhre ist durch eine minimale Wellenlänge begrenzt

$$E_{kin,max} = e U \tag{2}$$

²[DH15]

Duane-Hunt

Bremsstrahlung der Röntgenröhre ist durch eine minimale Wellenlänge begrenzt

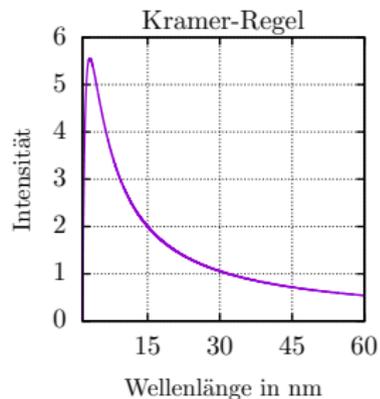
$$\begin{aligned} E_{kin,max} &= eU \\ \lambda_{min} &= \frac{c}{E_{max}} = \frac{hc}{eU} \end{aligned} \quad (2)$$

⇒ „Duane-Hunt-Gesetz“²

²[DH15]

Intensität

Spektrale Intensitätsverteilung (Photonenanzahl):



³[Kra23]

Intensität

Spektrale Intensitätsverteilung

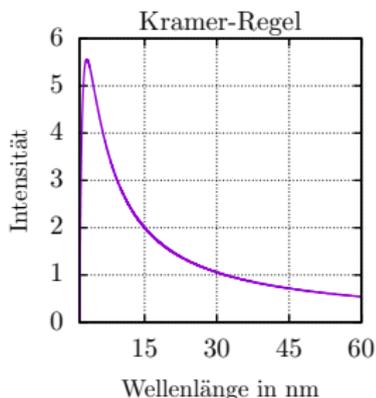
(Photonenanzahl):

$$J_0(\lambda) = KIZ \left(\frac{\lambda}{\lambda_{min}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\lambda^2} \quad (3)$$

Wellenlänge maximaler Intensität:

$$\lambda^* = 2\lambda_{min} \quad (4)$$

$$J^* = \frac{KZe^2}{4(hc)^2} I \cdot U^2$$



³[Kra23]

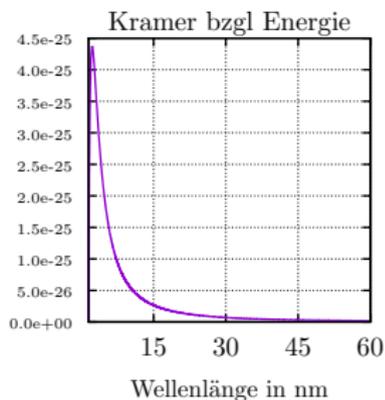
Intensität

Spektrale Energieverteilung :

$$\hat{J}_0(\lambda) = KIZ \left(\frac{\lambda}{\lambda_{min}} - 1 \right) \cdot \frac{ch}{\lambda^3}$$

Wellenlänge maximaler Intensität:

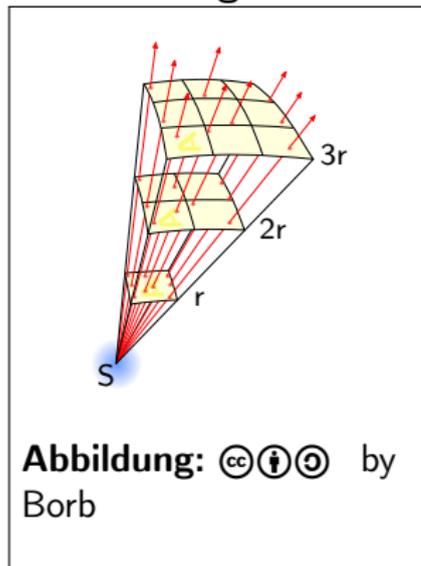
$$\lambda_{Energie}^* = \frac{3}{2} \lambda_{min}$$



³[Kra23]

Intensität

Abstandsgesetz



Punktquelle:
Intensitätsabnahme $\propto \frac{1}{r^2}$ aufgrund
sphärischer Ausbreitung⁴

$$J_A(r) = \frac{J_{init}}{A_{Kugel}(r)} \stackrel{J_1 = J_{init}/(4\pi)}{=} \frac{J_1}{r^2} \quad (5)$$

⁴[vR95]

Intensität

Für punktförmige Quelle also insgesamt:

$$J(\lambda, r) = KIZ \left(\frac{\lambda}{\lambda_{min}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{A_{Kugel}(r)} \quad (6)$$

Intensität

Für punktförmige Quelle also insgesamt:

$$\begin{aligned} J(\lambda, r) &= KIZ \left(\frac{\lambda}{\lambda_{min}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{A_{Kugel}(r)} \\ &= \frac{J_0(\lambda)}{A_{Kugel}(r)} = \frac{J_0(\lambda)}{4\pi r^2} \end{aligned} \quad (6)$$

Wechselwirkung mit Materie

Wechselwirkung mit Materie führt zu Abschwächung von Röntgenstrahlung beim Durchtritt. ⁵

⁵[Dem16]

Wechselwirkung mit Materie

Wechselwirkung mit Materie führt zu Abschwächung von Röntgenstrahlung beim Durchtritt. ⁵

3 Effekte:

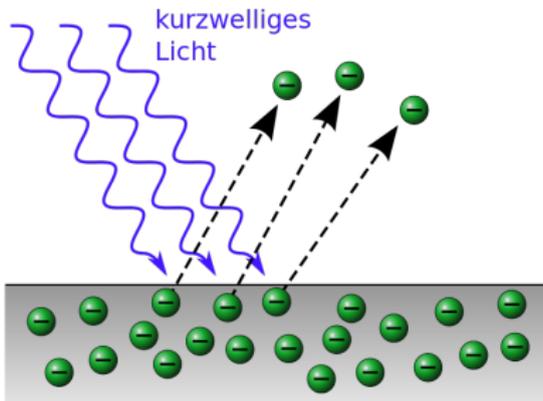
⁵[Dem16]

Wechselwirkung mit Materie

Wechselwirkung mit Materie führt zu Abschwächung von Röntgenstrahlung beim Durchtritt. ⁵

3 Effekte:

▶ Photoeffekt



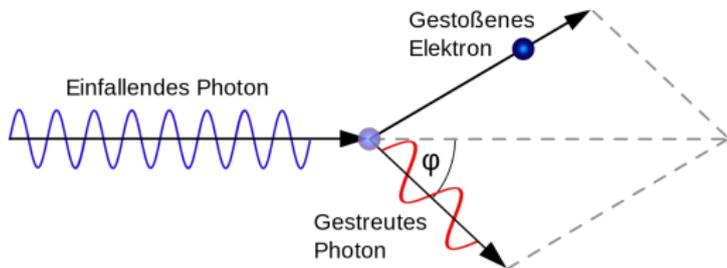
⁵[Dem16]

Wechselwirkung mit Materie

Wechselwirkung mit Materie führt zu Abschwächung von Röntgenstrahlung beim Durchtritt. ⁵

3 Effekte:

- ▶ Photoeffekt
- ▶ Compton-Effekt



© ⓘ ⓘ by EoD

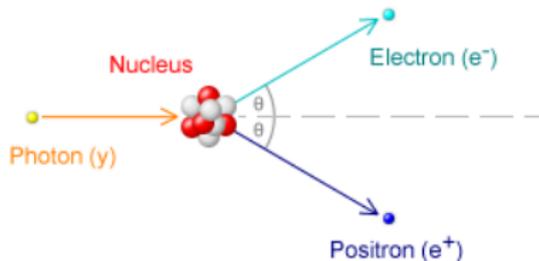
⁵[Dem16]

Wechselwirkung mit Materie

Wechselwirkung mit Materie führt zu Abschwächung von Röntgenstrahlung beim Durchtritt. ⁵

3 Effekte:

- ▶ Photoeffekt
- ▶ Compton-Effekt
- ▶ Paarerzeugung

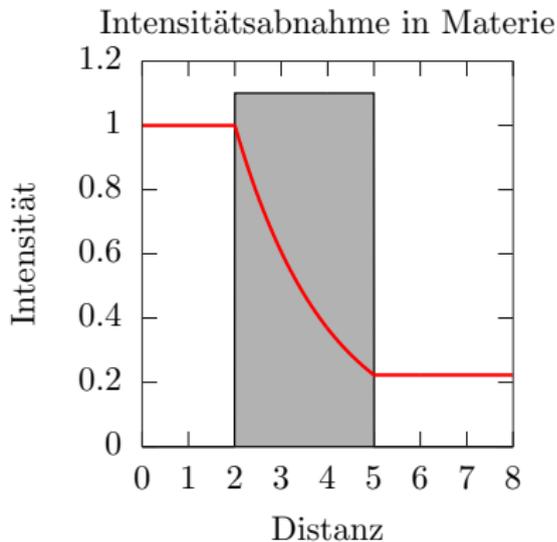


CC BY ND by Davidhorman

⁵[Dem16]

Wechselwirkung mit Materie

Lambert-Beersches Gesetz⁶



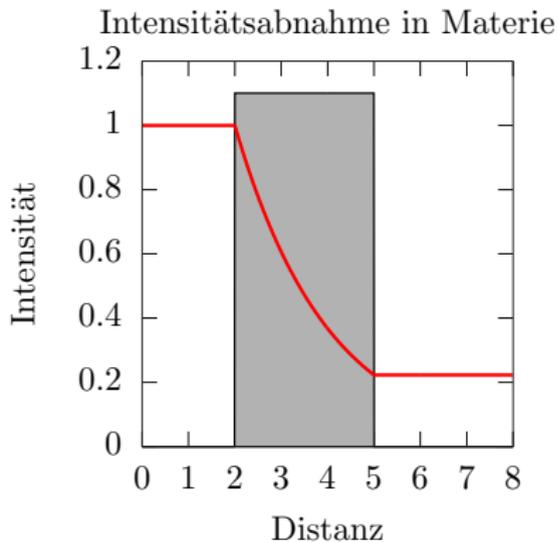
⁶[MMP16]

Wechselwirkung mit Materie

Lambert-Beersches Gesetz⁶

Intensitätsabnahme in
Materie:

$$J(x) = J_0 e^{-\mu x}$$



⁶[MMP16]

Wechselwirkung mit Materie

Lambert-Beersches Gesetz⁶

Intensitätsabnahme in
Materie:

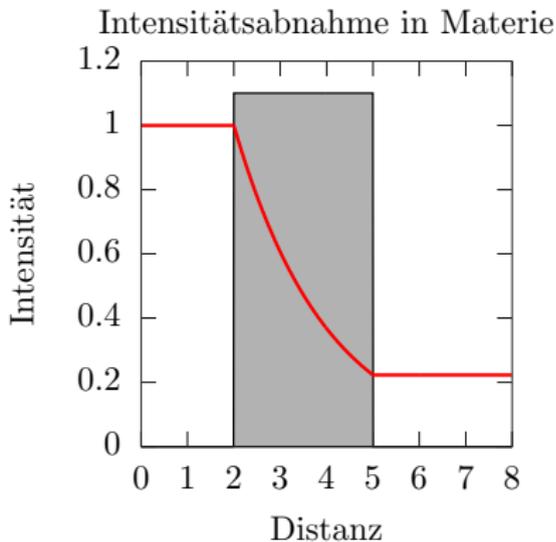
$$J(x) = J_0 e^{-\mu x}$$

mit

$$\mu = \mu_S + \alpha$$

μ_S : Streuung

α : Absorption



⁶[MMP16]

Wechselwirkung mit Materie

„*Beam Hardening*“:

Theoretische Betrachtung: Monochromatisch

Wechselwirkung mit Materie

„*Beam Hardening*“:

Theoretische Betrachtung: Monochromatisch

→ Polychromatisch:

Unterschiedliche Intensitätsabnahme in Materie bei verschiedenen Wellenlängen

Wechselwirkung mit Materie

„*Beam Hardening*“:

Theoretische Betrachtung: Monochromatisch

- Polychromatisch:
Unterschiedliche Intensitätsabnahme in Materie bei verschiedenen Wellenlängen
- V.a. in dünnen Materialien große Abweichung von Lambert-Beer-Gesetz

Wechselwirkung mit Materie

„*Beam Hardening*“:

Theoretische Betrachtung: Monochromatisch

- Polychromatisch:
Unterschiedliche Intensitätsabnahme in Materie bei verschiedenen Wellenlängen
- V.a. in dünnen Materialien große Abweichung von Lambert-Beer-Gesetz
- Erschwert Tomographie

Bildgebende Verfahren

- ▶ Radiogramm: Schattenbild eines Objekts beim Durchleuchten mit Röntgenstrahlung (Durchsicht des Objekts)

Bildgebende Verfahren

- ▶ Radiogramm: Schattenbild eines Objekts beim Durchleuchten mit Röntgenstrahlung (Durchsicht des Objekts)
- ▶ Mehrere Einzelbilder zu 3D-Abbildung zusammengerechnet: Tomographie (Schnittbilder)

Optik

Strahlensatz bei Röntgenstrahlung

⁷[Dem13]

Optik

Strahlensatz bei Röntgenstrahlung

▶ **Versuch:**

Probe in verschiedenen Positionen zwischen Röntgenröhre und Detektor

⁷[Dem13]

Optik

Strahlensatz bei Röntgenstrahlung

- ▶ **Versuch:**
Probe in verschiedenen Positionen zwischen Röntgenröhre und Detektor
- ▶ Bestimmung der Vergrößerung abhängig von der Position anhand der Breite auf dem Detektor

⁷[Dem13]

Optik

Strahlensatz bei Röntgenstrahlung

- ▶ **Versuch:**
Probe in verschiedenen Positionen zwischen Röntgenröhre und Detektor
- ▶ Bestimmung der Vergrößerung abhängig von der Position anhand der Breite auf dem Detektor
- ▶ Anpassung an Fitfunktion $\frac{1}{bx+a}$ (aus Strahlensatz⁷)

⁷[Dem13]

Optik

Strahlensatz bei Röntgenstrahlung

- ▶ **Versuch:**
Probe in verschiedenen Positionen zwischen Röntgenröhre und Detektor
- ▶ Bestimmung der Vergrößerung abhängig von der Position anhand der Breite auf dem Detektor
- ▶ Anpassung an Fitfunktion $\frac{1}{bx+a}$ (aus Strahlensatz⁷)
- ▶ Bestimmung des Abstandes zwischen Röhre und Detektor möglich

⁷[Dem13]

Optik

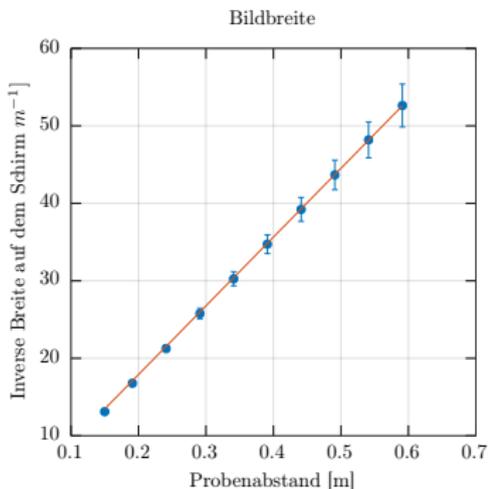
Ergebnis

Inversen der Bildbreiten gegen den Probenabstand von der Röntgenröhre angepasst an die Fitfunktion $f(x) = bx + a$.

Optik

Ergebnis

Inversen der Bildbreiten gegen den Probenabstand von der Röntgenröhre angepasst an die Fitfunktion $f(x) = bx + a$.

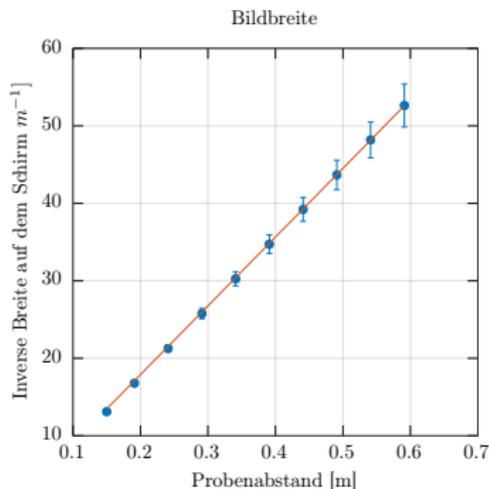


.	Fitwert	Unsicherheit
a	$0,143 m^{-1}$	$0,006 m^{-1}$
b	$88,747 m^{-2}$	$0,008 m^{-2}$

Optik

Ergebnis

Inversen der Bildbreiten gegen den Probenabstand von der Röntgenröhre angepasst an die Fitfunktion $f(x) = bx + a$.



.	Fitwert	Unsicherheit
a	$0,143 \text{ m}^{-1}$	$0,006 \text{ m}^{-1}$
b	$88,747 \text{ m}^{-2}$	$0,008 \text{ m}^{-2}$

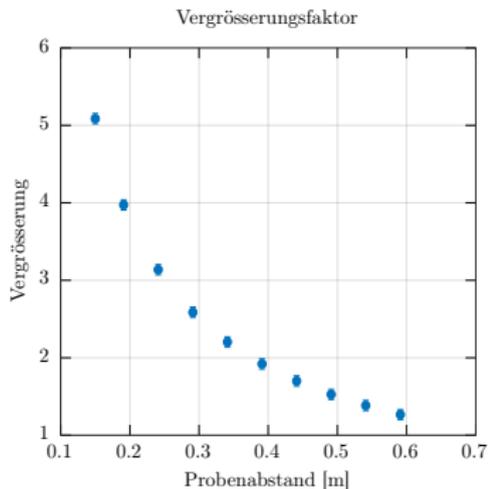
Abstand Röhre-Detektor
aus

$$d_{\text{Probe}} = \frac{1}{f(x)}$$

Optik

Ergebnis

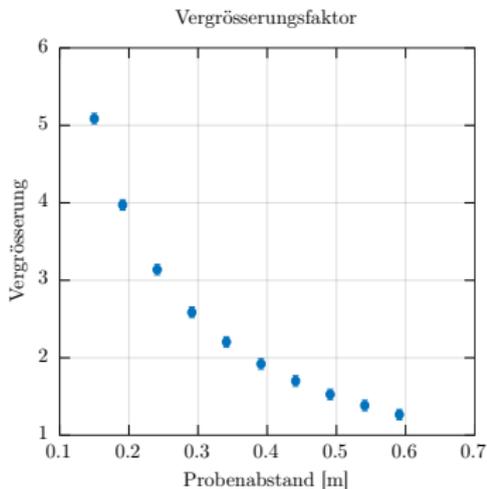
Vergrößerungsfaktor gegen den Probenabstand von der Röntgenröhre



Optik

Ergebnis

Vergrößerungsfaktor gegen den Probenabstand von der Röntgenröhre



Maximale
Vergrößerung wenn
Probe an Nullposition
($x = 0$)
Damit:

$$V_{\max} = \frac{1}{a \cdot d_{\text{Probe}}} \approx 465$$

Abstandsgesetz

Intensitätsabnahme mit Abstand

- ▶ **Versuch:**
Detektor in verschiedenen Abständen von der Röntgenröhre

Abstandsgesetz

Intensitätsabnahme mit Abstand

- ▶ **Versuch:**
Detektor in verschiedenen Abständen von der Röntgenröhre
- ▶ Bestimmung der Strahlungsintensität abhängig von Abstand r
Röhre-Detektor

Abstandsgesetz

Intensitätsabnahme mit Abstand

- ▶ **Versuch:**
Detektor in verschiedenen Abständen von der Röntgenröhre
- ▶ Bestimmung der Strahlungsintensität abhängig von Abstand r
Röhre-Detektor
- ▶ Anpassung an Fitfunktion proportional zu $\frac{1}{x^2}$

Abstandsgesetz

Intensitätsabnahme mit Abstand

- ▶ **Versuch:**
Detektor in verschiedenen Abständen von der Röntgenröhre
- ▶ Bestimmung der Strahlungsintensität abhängig von Abstand r
Röhre-Detektor
- ▶ Anpassung an Fitfunktion proportional zu $\frac{1}{x^2}$
- ▶ Offset durch Rauschen

Abstandsgesetz

Ergebnis

Fitfunktion

$$f(x) = \frac{I_0}{x^2} + I_R$$

Abstandsgesetz

Ergebnis

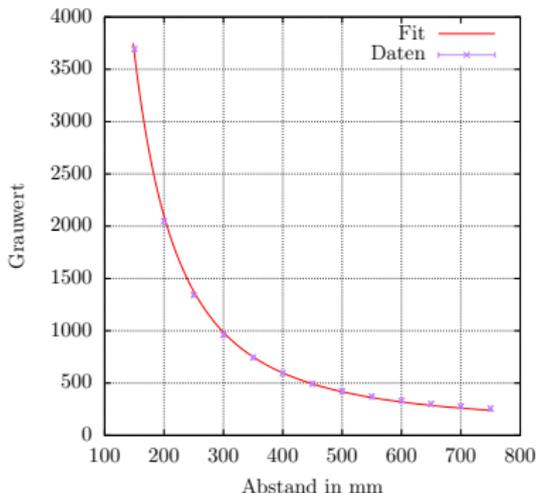
Fitfunktion

$$f(x) = \frac{I_0}{x^2} + I_R$$

.	Fitwert	Unischerheit
I_0	$80,0 \cdot 10^6$	$0,6 \cdot 10^6$
I_R	97,4	9,1

Abstandsgesetz

Ergebnis



Fitfunktion

$$f(x) = \frac{l_0}{x^2} + l_R$$

.	Fitwert	Unischerheit
l_0	$80,0 \cdot 10^6$	$0,6 \cdot 10^6$
l_R	97,4	9,1

Wie erwartet $l_R \ll l_0$

Linearität des Detektors

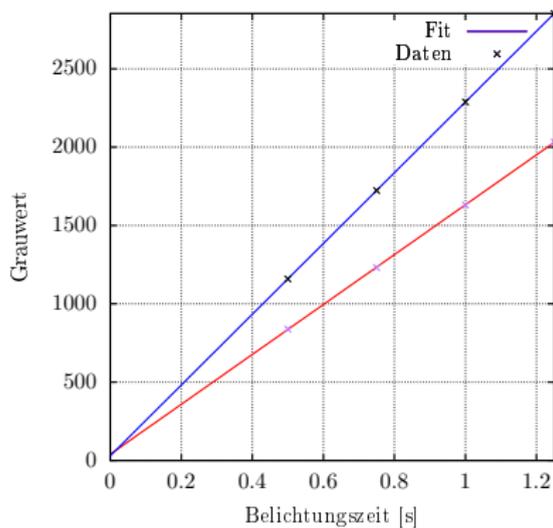
Erwartung: Linearer Anstieg des Grauwertes mit der Zeit.

Messreihen bei 100 kV und 75 cm Abstand. Fit an $f(t) = A \cdot t + I_R$

Linearität des Detektors

Erwartung: Linearer Anstieg des Grauwertes mit der Zeit.

Messreihen bei 100 kV und 75 cm Abstand. Fit an $f(t) = A \cdot t + I_R$



Blau: 130 μA

Rot: 90 μA

Messung bei 90 μA

.	Fitwert	Unisicherheit
A	1592	6,7
I_R	40	6,1

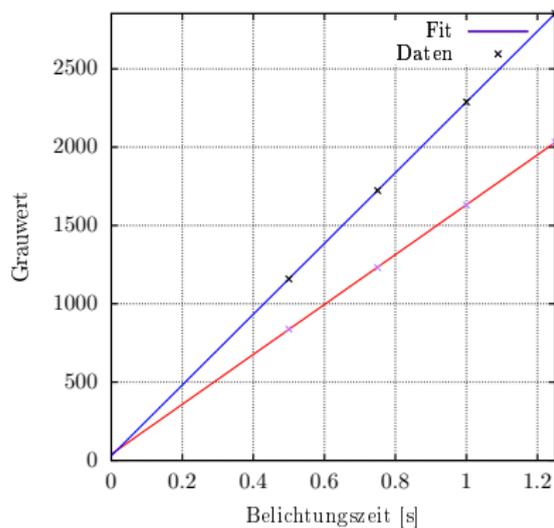
Messung bei 130 μA

.	Fitwert	Unisicherheit
A	2258,3	0,38
I_R	29,9	0,35

Linearität des Detektors

Erwartung: Linearer Anstieg des Grauwertes mit der Zeit.

Messreihen bei 100 kV und 75 cm Abstand. Fit an $f(t) = A \cdot t + I_R$



Blau: 130 μA

Rot: 90 μA

Passt gut zur erwarteten
Linearität in I

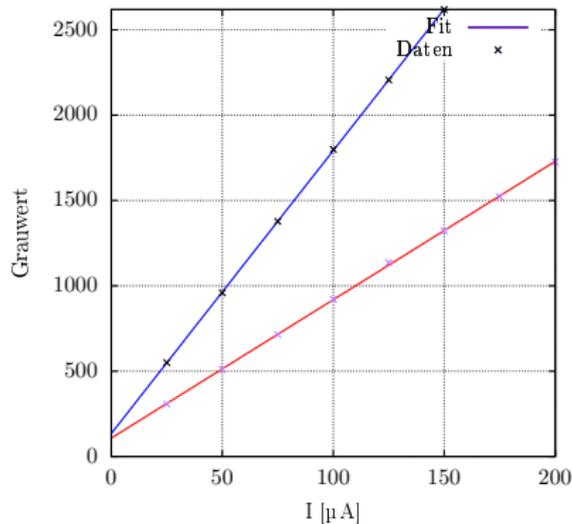
$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0,69 \approx \frac{90 \mu\text{A}}{130 \mu\text{A}}$$

Überprüfung der Kramerschen Regel - I

Erwartung: Linearer Anstieg des Grauwertes mit der Stromstärke.
Messreihen bei 100 kV und 75 cm Abstand. Fit an $f(I) = A \cdot I + I_R$

Überprüfung der Kramerschen Regel - I

Erwartung: Linearer Anstieg des Grauwertes mit der Stromstärke.
Messreihen bei 100 kV und 75 cm Abstand. Fit an $f(I) = A \cdot I + I_R$



Blau: 1 s

Rot: 0,5 s

Messung von 0,5 s

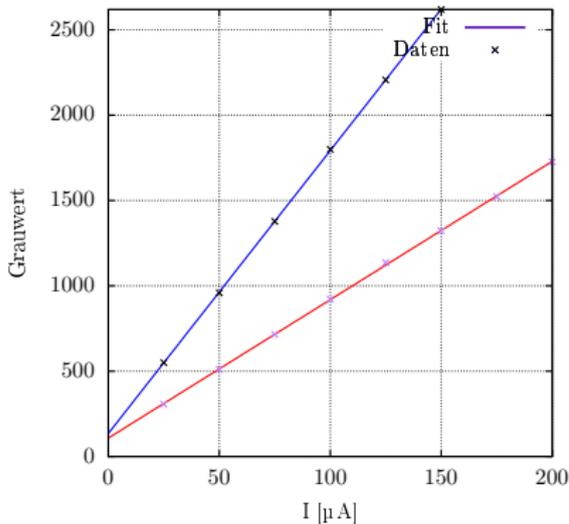
.	Fitwert	Unisicherheit
A	8,12	0,04
I_R	107,7	5,3

Messung von 1 s

.	Fitwert	Unisicherheit
A	16,58	0,043
I_R	134,5	4,2

Überprüfung der Kramerschen Regel - I

Erwartung: Linearer Anstieg des Grauwertes mit der Stromstärke.
Messreihen bei 100 kV und 75 cm Abstand. Fit an $f(I) = A \cdot I + I_R$



Blau: 1 s

Rot: 0,5 s

Passt gut zur bekannten
Linearität in t

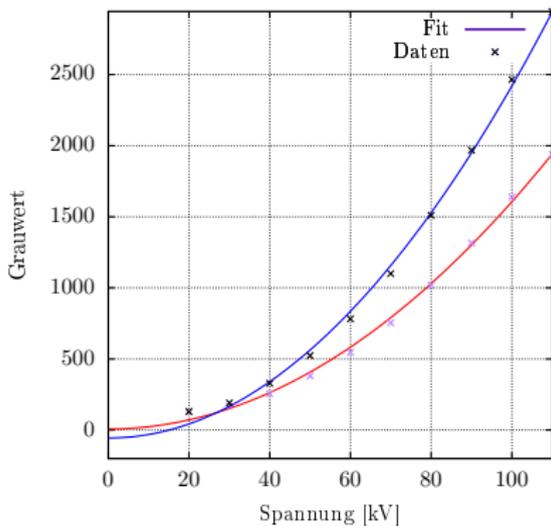
$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0,49 \approx 0,5 = \frac{0,5 \text{ s}}{1 \text{ s}}$$

Überprüfung der Kramerschen Regel - U

Erwartung: Quadratischer Anstieg des Grauwertes mit Spannung.
Messreihen mit 1 s und 75 cm Abstand. Fit an $f(U) = A \cdot U^2 + I_R$

Überprüfung der Kramerschen Regel - U

Erwartung: Quadratischer Anstieg des Grauwertes mit Spannung.
Messreihen mit 1 s und 75 cm Abstand. Fit an $f(U) = A \cdot U^2 + I_R$



Blau: 140 μA

Rot: 90 μA

Messung bei 90 μA

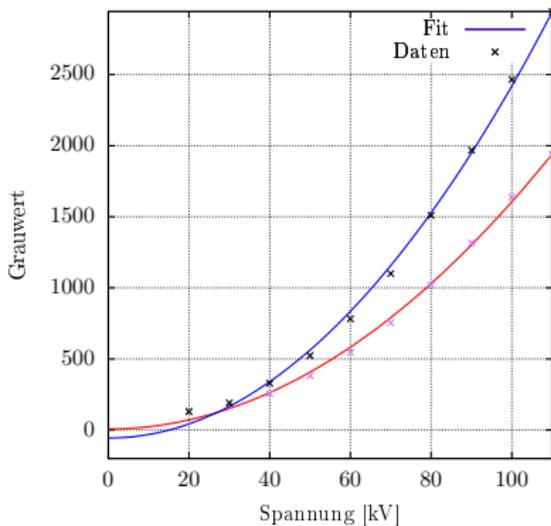
.	Fitwert	Unisicherheit
A	0,160	0,003
I_R	7,5	16,9

Messung bei 140 μA

.	Fitwert	Unisicherheit
A	0,248	0,005
I_R	-56	25

Überprüfung der Kramerschen Regel - U

Erwartung: Quadratischer Anstieg des Grauwertes mit Spannung.
Messreihen mit 1 s und 75 cm Abstand. Fit an $f(U) = A \cdot U^2 + I_R$



Blau: 140 μA

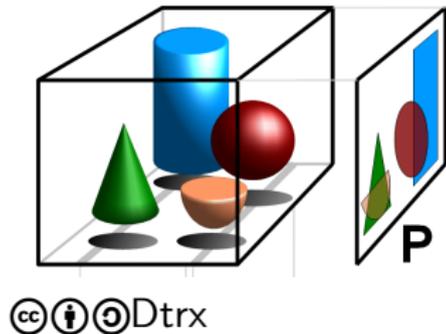
Rot: 90 μA

Passt gut zur bekannten
Linearität in I

$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0,625 \approx 0,64 \approx \frac{90 \mu\text{A}}{140 \mu\text{A}}$$

Tomographie

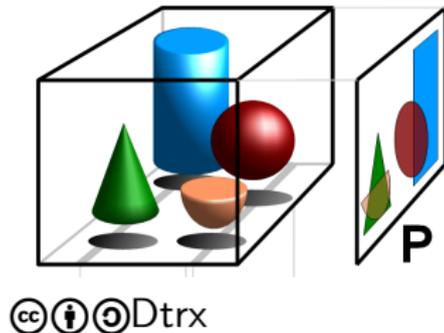
- ▶ Menge von Schnittbildern



⁸Details siehe Appendix

Tomographie

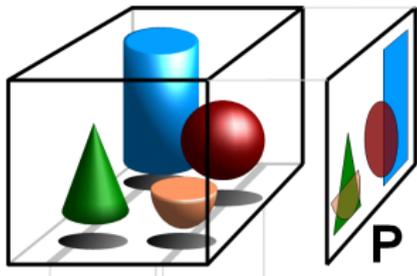
- ▶ Menge von Schnittbildern
- ▶ Aufnahme vieler Projektionsbilder
 - ▶ Schrittweise Rotation um die vertikale Achse



⁸Details siehe Appendix

Tomographie

- ▶ Menge von Schnittbildern
- ▶ Aufnahme vieler Projektionsbilder
 - ▶ Schrittweise Rotation um die vertikale Achse
- ▶ Moderne Implementierung: Radon-Rücktransformation⁸

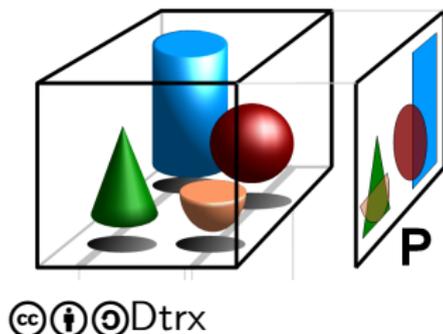


© ⓘ Ⓞ Dtrx

⁸Details siehe Appendix

Tomographie

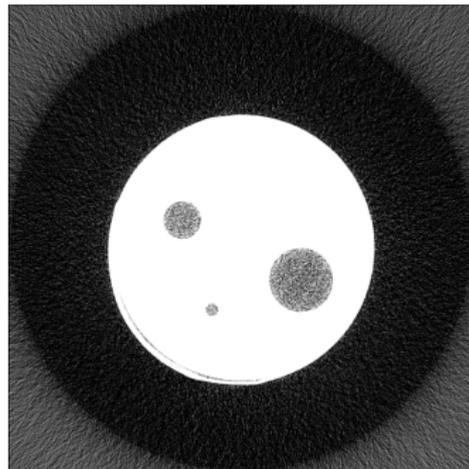
- ▶ Menge von Schnittbildern
- ▶ Aufnahme vieler Projektionsbilder
 - ▶ Schrittweise Rotation um die vertikale Achse
- ▶ Moderne Implementierung: Radon-Rücktransformation⁸
 - ▶ Gefilterte Rückprojektion
 - ▶ Dauer ca. 10-20 Minuten auf modernen Highend-Parallelprozessoren



⁸Details siehe Appendix

Tomographie

- ▶ Menge von Schnittbildern
- ▶ Aufnahme vieler Projektionsbilder
 - ▶ Schrittweise Rotation um die vertikale Achse
- ▶ Moderne Implementierung: Radon-Rücktransformation⁸
 - ▶ Gefilterte Rückprojektion
 - ▶ Dauer ca. 10-20 Minuten auf modernen Highend-Parallelprozessoren



⁸Details siehe Appendix

Beispiel einer Tomografie

▶ Zylinder mit Bohrungen

▶ [YouTube](#)

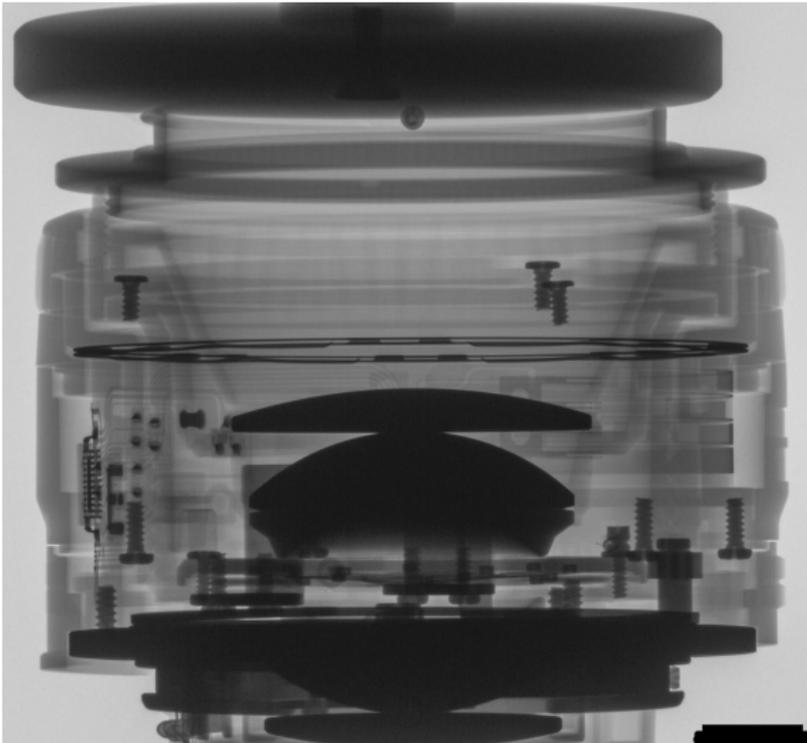
Beispiel einer Tomografie

- ▶ Zylinder mit Bohrungen

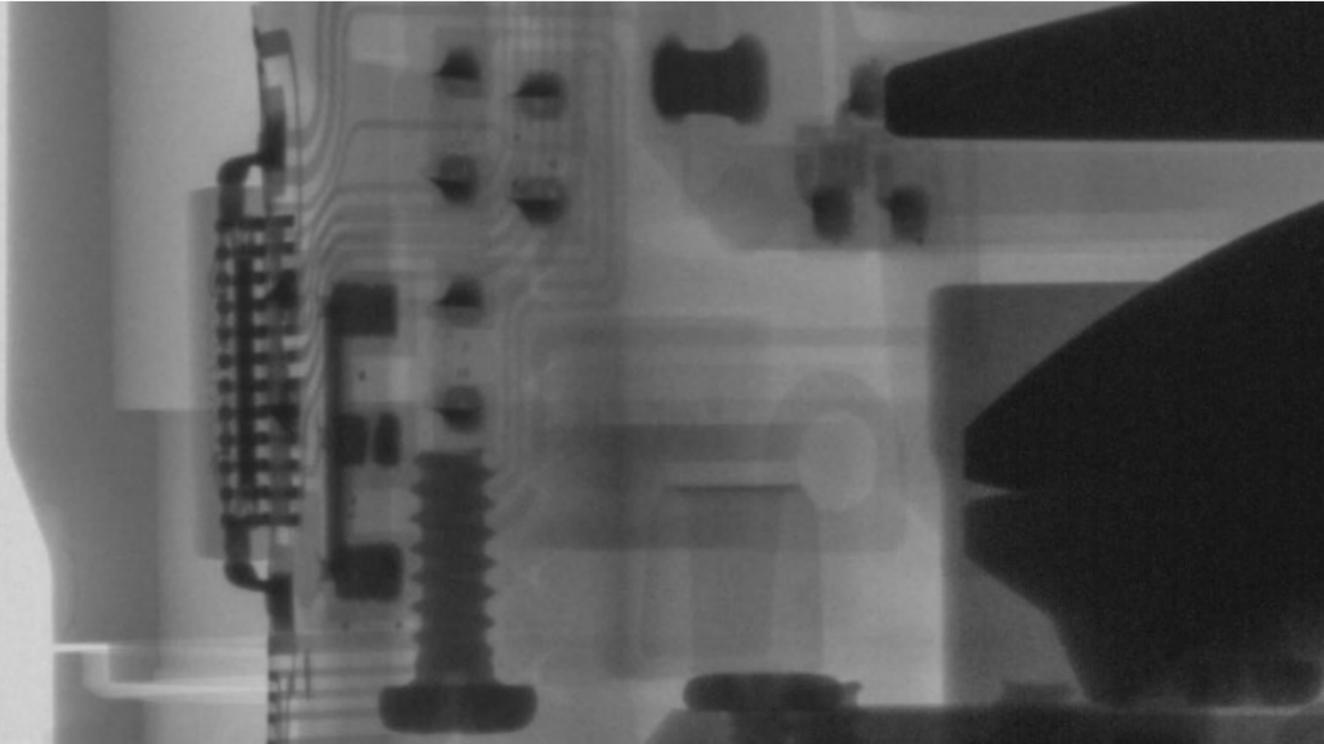
▶ [YouTube](#)

- ▶ Kameraobjektiv

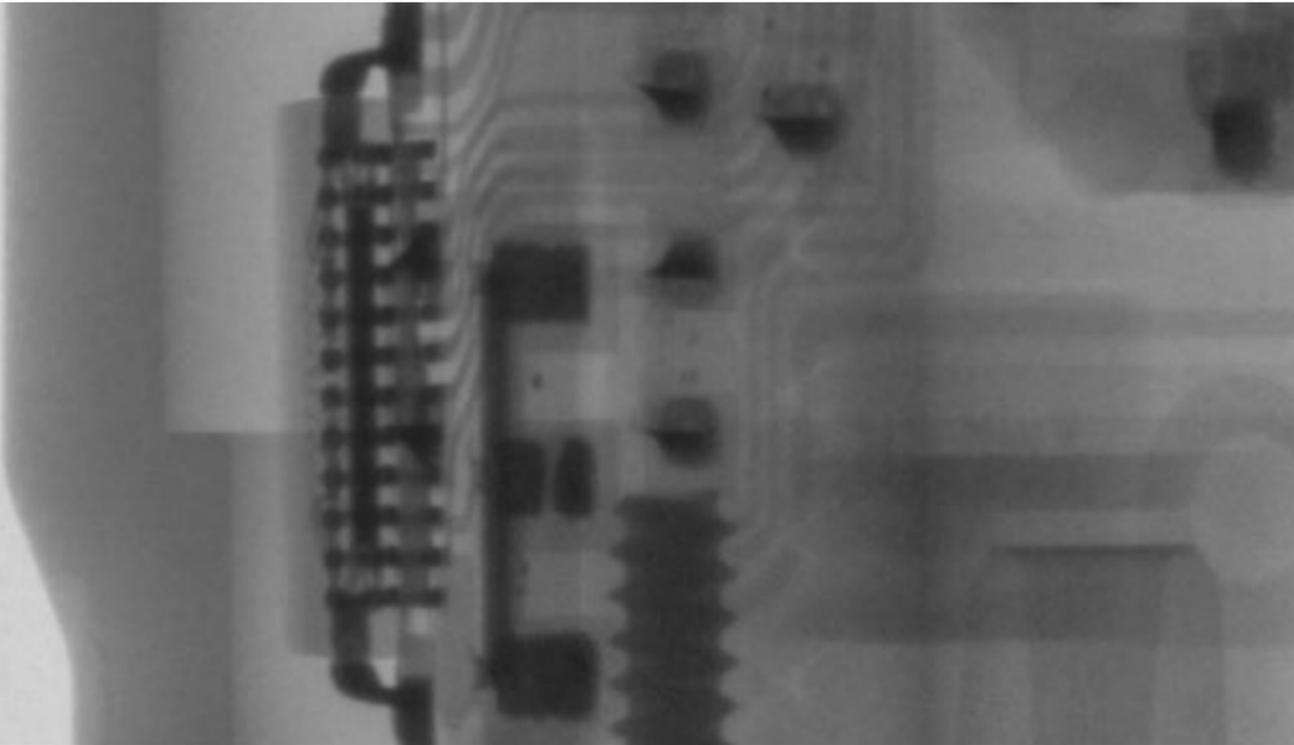
Beispiel einer Tomografie



Beispiel einer Tomografie



Beispiel einer Tomografie



Quellen I



W. Demtröder.

Experimentalphysik 2: Atome, Elektrizität und Optik.

Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 6 edition, 2013.



W. Demtröder.

Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper.

Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 5 edition, 2016.



William Duane and Franklin L. Hunt.

On x-ray wave-lengths.

Phys. Rev., 6:166–172, Aug 1915.

Quellen II



H. A. Kramers.

Xciii. on the theory of x-ray absorption and of the continuous x-ray spectrum.

The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 46(275):836–871, 1923.



Thomas G. Mayerhöfer, Harald Mutschke, and Jürgen Popp.

Employing theories far beyond their limits—the case of the (boguer-) beer–lambert law.

ChemPhysChem, 17(13):1948–1955, 2016.

Quellen III



Wilhelm Conrad von Röntgen.

Ueber eine neue art von strahlen (vorläufige mittheilung).

Sitzungsberichte der Würzburger Physik.-medic. Gesellschaft
1895, 1895.

Bildquellen

	Titel <i>links: eigenes Werk, rechts: AG Seemann, UdS</i>
Bremsspektrum	AG Seemann, UdS
Kramers	eigenes Werk
Abstandsgesetz	©(f)© by Borb, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Inverse_square_law.svg
Photoeffekt	https://de.wikipedia.org/wiki/Photoelektrischer_Effekt
Compton	©(f)© by EoD, https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Compton_scattering-de.svg
Paarbildung	©(f)© by Davidhorman, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pairproduction.png
Materie	eigenes Werk
Röntgenröhre	Gemeinfrei
Projektion	©(f)© by Dtrx, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:TomographyPrinciple_Illustration.png

Fragen

Fragen ?

Sonstiges

Herleitungen, oder mehr Details zu Themen des Vortrages die aufgrund der Zeitbegrenzung von 20 min nur bei Rückfragen aufgegriffen werden

Herleitung Fitfunktion für Bildbreite

Strahlensatz:

$$\frac{b_0}{B} = \frac{g}{G}$$

$g = x + \Delta x$, da gemessener Abstand etwas weniger als tatsächlicher
Damit:

$$\frac{1}{B} = \frac{x + \Delta x}{G \cdot b_0} = bx + a$$

Radiogramm

- ▶ Ergebnis eines bildgebenden Verfahrens der Radiografie

Radiogramm

- ▶ Ergebnis eines bildgebenden Verfahrens der Radiografie
- ▶ Aufnahmen werden mithilfe von Strahlung auf ein photosensitives Medium abgebildet

Radiogramm

- ▶ Ergebnis eines bildgebenden Verfahrens der Radiografie
- ▶ Aufnahmen werden mithilfe von Strahlung auf ein photosensitives Medium abgebildet
- ▶ Bildqualität abhängig von *Röntgenparametern*

Radiogramm

- ▶ Ergebnis eines bildgebenden Verfahrens der Radiografie
- ▶ Aufnahmen werden mithilfe von Strahlung auf ein photosensitives Medium abgebildet
- ▶ Bildqualität abhängig von *Röntgenparametern*
 - ▶ Beschleunigungsspannung (Durchdringvermögen)

Radiogramm

- ▶ Ergebnis eines bildgebenden Verfahrens der Radiografie
- ▶ Aufnahmen werden mithilfe von Strahlung auf ein photosensitives Medium abgebildet
- ▶ Bildqualität abhängig von *Röntgenparametern*
 - ▶ Beschleunigungsspannung (Durchdringvermögen)
 - ▶ Anodenstromstärke (Strahlungsintensität → Helligkeit)

Radiogramm

- ▶ Ergebnis eines bildgebenden Verfahrens der Radiografie
- ▶ Aufnahmen werden mithilfe von Strahlung auf ein photosensitives Medium abgebildet
- ▶ Bildqualität abhängig von *Röntgenparametern*
 - ▶ Beschleunigungsspannung (Durchdringvermögen)
 - ▶ Anodenstromstärke (Strahlungsintensität → Helligkeit)
 - ▶ Belichtungszeit (Signal- zu Rauschverhältnis)

Radon-Transformation I

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, die außerhalb eines Kreises mit endlichem Radius gleich 0 ist und sei γ eine Ursprungsgerade mit Winkel (Steigung) α . Die Radon-Transformation R ist dann gegeben durch

$$Rf(\gamma) = \int_{\gamma} f(x, y) ds. \quad (7)$$

Durch die Parametrisierung von γ erhält man dann mit

$$(x(t), y(t)) = (r \cos \alpha + t \sin \alpha, r \sin \alpha - t \cos \alpha) \quad (8)$$

Radon-Transformation II

die Darstellung

$$Rf(r, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(r \cos \alpha + t \sin \alpha, r \sin \alpha - t \cos \alpha) dt \quad (9)$$

Wenn $f(x, y)$ das Originalbild ist und $p_\phi(z)$ die Projektion um den Winkel α verdreht, so ergibt sich für die Rücktransformation⁹

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left(\int_{-\infty}^{\infty} p_\phi(r') \cdot g(r - r') dr' \right) d\phi \quad (10)$$

(Polarkoord.) Das Problem ist schlecht gestellt, deshalb muss noch der Filterkernel g eingeführt werden, der zu Schärfeverlust führt.

⁹Thorsten M. Buzug: Computed Tomography. Springer Berlin Heidelberg 2010, ISBN 978-3642072574.